**№12-дәріс. Анықталмаған интеграл. Алғашқы функция. Анықталмаған интеграл**

***Анықтама.*** Егер  аралығында берілген  функциясы үшін

 теңдігі орындалса, онда  функциясы  функциясының аралығындағы ***алғашқы функциясы*** деп аталады. Басқаша айтқанда, берілген функцияның алғашқы функциясын табу – оның туындысын табуға кері есеп болып саналады.

кез келген тұрақты шама (константа), яғни кез келген сан болсын. Егер  функциясының алғашқы функциясы  болса, онда  функциясы да оның алғашқы функциясы болады, себебі .  функциясы  функциясының барлық алғашқы функцияларын анықтайды.

***Анықтама.*** Егер  болса, онда  функциясын  функциясының анықталмаған интегралы дейді және ол  символымен белгіленеді.

Сонымен,  мұндағы интеграл белгісі, -  айнымалысының дифференциалы,  -интеграл астындағы өрнек. Берілген функцияның анықталмаған интегралын табу жолын осы функцияны интегралдау дейді.

**Анықталмаған интегралдардың қасиеттері**

1. 
2. 
3. , мүндағы кез келген сан.

 4. 

 5. , мұндағы - кез келген сан.

Практикада интегралдау үшін келесі интегралдар кестесін жатқа білген жөн.

**Анықталмаған интегралдардың негізгі кестесі**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.  .2. .3.  .Дербес жағдайда, .4. .5. . 6. .7. .8. .9. .10. . | 11. .12.  .13.  .14. .15.  .16. .17. .18. .19. . |

Кестедегі кез келген интегралды тексеру үшін теңдіктің оң жағынан туынды алу керек. **Интегралдаудың негізгі әдістері**

**1. Анықталмаған интегралда айнымалыларды алмастыру.** Айнымалыны алмастыру әдісі мына формулаға негізделген

  

Мұндағы  - берілген аралықта дифференциалданатын функция. Тиімді табылған айнымалыны алмастыру формуласы берілген интегралды жеңіл интегралдайтын интегралға, ал кейбір жағдайларда таблицалық интегралға келтіреді.

***1- мысал.***   интегралын табу керек.

Ол үшін  алмастыруын жасаймыз. Сонда  болады.



=.

Мұнда интегралдаудың соңында бастапқы - айнымалысына көшу керек.

## 2. Дифференциал астына енгізу әдісі. Бұл әдіс айнымалыны ауыстыру сияқты жиі қолданылады. Интеграл астындағы функцияның көбейткіштерінің біреуін  белгісінің астына жазамыз да, оны жаңа айнымалы ретінде қарастырамыз. Еске сала кетейік,  функциясын  таңбасының астына жазғанда  таңбасынан кейін функцияның алғашқы функциясы жазылады, яғни .

***Салдар.*** Айталық  үзіліссіз және  үзіліссіз дифференциалданатын функциялар болсын, онда

  

***2-мысал.***. Бұл формулада  таңбасының астына  функциясын енгізіп  деп жаздық. Модуль таңбасын қолданбаса да болады, себебі интеграл астындағы функция тек  болғанда анықталады. Дифференциал таңбасы астында кез келген функцияның алғашқы функциясына тұрақтыны қосып пайдалануға болады.

***3- мысал.*** .

**3. Бөліктеп интегралдау әдісі.** Айталық, , -дифференциалданатын функциялар болсын. Онда  теңдігі орындалады. Немесе . Осы теңдіктің екі жағынан интеграл алайық, сонда . Осыдан

  

формуласын аламыз.  формуласын ***бөліктеп интегралдау формуласы*** дейді. Кейбір жағдайда бөліктеп интегралдау формуласын қолдану арқылы берілген интегралды алғашқыға қарағанда анағұрлым жеңіл алынатын интегралға келтіруге болады.

***4- мысал.***  

***5 - мысал.*** .

***Әдебиеттер:*** 1 нег.[357-374], 11 қос. [458-467].

***Бақылау сұрақтар:***

1. Алғашқы функцияның анықтамасын беріңіз.

2. Анықталмаған интегралдың анықтамасын беріңіз.

3. Анықталмаған интерал кестесі.

4. Анықталмаған интегралда айнымалыны алмастыру.

5. Бөліктеп интегралдау формуласын жазыңыз.